

Rendimientos a escala y elasticidades de sustitución y de demanda de insumos en el sector manufacturero argentino

José A. Delfino

*Instituto de Economía y Finanzas
Facultad de Ciencias Económicas
Universidad Nacional de Córdoba*



**Rendimientos a escala y elasticidades
de sustitución y de demanda de
insumos en el sector manufacturero
argentino.**

RESUMEN

Este trabajo intenta realizar un análisis económico de la tecnología empleada por el sector manufacturero argentino estimando funciones de producción translogarítmicas y utilizando datos censales. A partir de los resultados obtenidos, contrasta si esas funciones de agregación exhiben las propiedades cualitativas que caracterizan a las relaciones de producción (simetría, monotonicidad y convexidad) y analiza su estructura interna, verificando su aptitud para representar los procesos productivos considerados. Finalmente, explora los efectos de escala y examina las posibilidades de sustitución entre insumos, obteniendo evidencias empíricas que orientan sobre los rendimientos y la importancia de los cambios en el empleo de recursos, inducidos por modificaciones en sus precios relativos.

**Return to Scale and Substitution and
Input Demand Elasticities in
Argentinian Manufacturer Sector**

ABSTRACT

This paper analyses the technology of the Argentinian Manufacturer Sector by estimating translog production functions. Both the qualitative properties which characterize the productive relationship (symmetry, monotonicity and convexity) and its intern structure are checked. Lastly, the return to scale and the substitution possibilities between inputs are explored, suggesting in sights about the returns and the changes in input utilization induced by changes in relative prices.

Rendimientos a escala y elasticidades de sustitución y de demanda de insumos en el sector manufacturero argentino*

INTRODUCCIÓN**

El propósito de este trabajo es realizar un análisis económico de las características más importantes de la tecnología empleada por diferentes ramas de actividad del sector manufacturero argentino. Para ello estima funciones de producción translogarítmicas, utiliza datos censales y agrupa los recursos productivos en tres grandes categorías que comprenden materias primas, trabajo y capital.

A partir de los resultados proporcionados por las estimaciones contrasta si esas funciones de agregación exhiben las propiedades cualitativas que caracterizan a las relaciones de producción, analiza su estructura interna verificando su aptitud para representar los procesos productivos considerados y examina la presencia de efectos de escala, que orientan sobre los resultados de la concentración industrial. Finalmente, explora las posibilidades de sustitución entre insumos, obteniendo evidencias empíricas sobre la importancia de los cambios en el empleo de recursos productivos inducidos por modificaciones en sus precios relativos y su impacto en la distribución funcional del ingreso.

Con este enfoque se pretenden evitar las restricciones de los estudios empíricos que emplean funciones de producción que limitan las posibilidades de sustitución entre insumos, se asientan en series de tiempo generalmente influidas por los efectos de arrastre que caracterizan a las variables económicas, y suponen que las funciones de agregación son separables en insumos y valor agregado, considerando como únicos recursos productivos explícitos al trabajo y al capital e ignorando el poder

*, Profesor de Economía de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Córdoba, Argentina.

**, Parte de las tareas de programación y el procesamiento de la información fueron realizados por la Licenciada A. van Mameren.

explicativo de las materias primas, que constituyen el componente más importante del gasto total¹.

El trabajo tiene la siguiente organización: En la primera sección se describe la función de producción utilizada y se examinan sus características; en la siguiente se comentan los datos empleados; en la tercera se muestran los resultados de las estimaciones y las pruebas de consistencia realizadas; en la cuarta se presentan los indicadores que describen la tecnología de los procesos productivos y se analizan los resultados obtenidos y en la última se resumen las conclusiones.

LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN

1. Especificación y restricciones teóricas.

Para analizar las características de la tecnología de cada rama de actividad del sector manufacturero argentino se emplea una función de producción del tipo $Q = F(X)$, en la que Q representa el valor de la producción y $X = \{X_m, X_t, X_k\}$ el vector de insumos, compuesto por "materias primas", "trabajo" y "capital". Se supone también que los procesos productivos pueden representarse adecuadamente por la siguiente especificación translogarítmica:

$$\ln Q = \ln \alpha_0 + \sum_i \alpha_i \ln X_i + 0,5 \sum_i \sum_j \beta_{ij} \ln X_j \quad (1)$$

para $i, j = m, t$ y k .

En mercados de factores competitivos, las condiciones de optimización requieren que la productividad marginal de cada recurso productivo sea igual a su precio, vale decir $\delta Q / \delta X_i = P_i$. Para la función propuesta esto significa que:

$$\delta \ln Q / \delta \ln X_i = \{\delta Q / \delta X_i\} \{X_i / Q\} = P_i X_i / Q = S_i \quad (2)$$

donde S_i es la "participación" del i -ésimo recurso productivo en el valor de la producción. El conjunto de participaciones conforma el siguiente sistema de ecuaciones:

$$S_i = \alpha_i + \sum_j \beta_{ij} \ln X_j \quad i, j = m, t, k \quad (3)$$

1. La especificación Cobb-Douglas supone elasticidades de sustitución unitarias y la Ces constantes. La generalización de esta última al caso de más de dos factores presenta la dificultad adicional de proporcionar elasticidades de sustitución iguales para cada par de insumos o alternativamente relaciones constantes entre cada par de elasticidades (Mukerji, 1963).

cuya estimación proporciona el valor de los coeficientes de la función de producción translogarítmica.

Sin embargo, esa estimación debe imponer dos clases de restricciones sobre el valor de los parámetros. La primera está destinada a asegurar que la agregación (vertical) de las participaciones del gasto en cada insumo respecto del valor de la producción "suma 1" y se cumple si:

$$\sum_i \alpha_i = 1 \quad \sum_i \beta_{ij} = 0 \quad i, j = m, t, k \quad (4)$$

La segunda debe garantizar las condiciones de "simetría" derivadas del teorema de Young, para lo cual es preciso que:

$$\delta \ln Q / \delta \ln X_i \delta \ln X_j = \delta \ln Q / \delta \ln X_j \delta \ln X_i \quad (5)$$

lo que implica que $\beta_{ij} = \beta_{ji}$ para $i, j = m, t$ y k . La combinación de estas últimas restricciones con las anteriores implica que la suma (horizontal) de los coeficientes de los términos cuadráticos de la función de producción en cada una de las ecuaciones de participación es cero, y puede expresarse formalmente así:

$$\sum_i \alpha_i = 1; \quad \sum_i \beta_{ij} = 0; \quad \sum_j \beta_{ij} = 0 \quad i, j = m, t, k \quad (6)$$

lo que equivale a suponer rendimientos constantes a escala. Por consiguiente, las restricciones de suma 1 y simetría impuestas en forma conjunta implican rendimientos constantes a escala y viceversa².

Estas restricciones permiten también calcular los parámetros del sistema eliminado una ecuación. En este trabajo se estimaron sólo las dos primeras, pues los coeficientes correspondientes a materias primas se reemplazaron por los de las otras variables, empleando las condiciones de suma 1 y simetría, que implican:

$$\beta_{tm} = -(\beta_{tt} + \beta_{tk}) \quad \beta_{km} = -(\beta_{kt} + \beta_{kk}) \quad (7)$$

obteniéndose el siguiente sistema de participaciones restringido:

$$\begin{aligned} S_t &= \alpha_t + \beta_{tt} \ln (X_t/X_m) + \beta_{tk} \ln (X_k/X_m) + \mu_t \\ S_k &= \alpha_k + \beta_{kt} \ln (X_t/X_m) + \beta_{kk} \ln (X_k/X_m) + \mu_k \end{aligned} \quad (8)$$

al que se ha agregado una perturbación aleatoria para cada ecuación con

2. Las condiciones que señalan la presencia de rendimientos constantes a escala derivan de la aplicación del teorema de Euler a las funciones linealmente homogéneas, que implica $\sum_j \{ \delta \ln Q / \delta \ln X_j \} = 1$ y $\sum_i \{ \delta \ln Q / \delta \ln X_i \delta \ln X_j \} = 0$, para todo $i, j = m, t, k$ (Denny y Fuss, 1977).

el propósito de captar los errores en la conducta de optimización. Su estimación con la única restricción relevante $\beta_{tk} = \beta_{kt}$ proporciona el valor de sus seis parámetros.

Los coeficientes β_{tm} y β_{km} se obtienen de un modo inmediato reemplazando en las restricciones anteriores, y los restantes haciendo:

$$\alpha_m = 1 - \alpha_t - \alpha_k \quad \beta_{mm} = -(\beta_{tm} + \beta_{km}) \quad (9)$$

Las condiciones de simetría proporcionan, finalmente, los valores de β_{mt} y β_{mk} , completándose de este modo los doce parámetros del sistema.

2. Análisis de su estructura interna.

Las condiciones necesarias y suficientes para que una función de producción del tipo $Q = f(X)$ sea débil separable con respecto a una partición de insumos $R(N_1, \dots, N_r)$, requieren que la tasa marginal de sustitución técnica entre cualquier par de recursos productivos X_i y X_j pertenecientes a un subconjunto dado (N_s , por ejemplo, para $s = 1, \dots, r$) sea función sólo de ellos e independiente de otros incluidos en un tercer grupo, vale decir (Berndt y Christensen, 1973):

$$f_j f_{ik} - f_i f_{jk} = 0 \quad i, j \in N_s \text{ y } k \notin N_s \quad (10)$$

donde $f_j = \partial f / \partial X_j$ y $f_{ik} = \partial^2 f / \partial X_i \partial X_k$. Empleando las derivadas de primer y segundo orden correspondientes a la función de producción translogarítmica, la expresión anterior se transforma en esta otra:

$$S_t \beta_{km} - S_k \beta_{tm} = 0 \quad (11)$$

que resume las condiciones necesarias y suficientes para que el trabajo y el capital sean separables de las materias primas (tk, m)³. Teniendo en cuenta, sin embargo, que la monotonicidad asegura proporciones siempre positivas, la solución de (11) requiere que $\beta_{km} = \beta_{tm} = 0$. Reemplazando estos parámetros por (7) a fin de expresarlos en función de los libres, se aprecia finalmente que es posible contrastar la existencia de separabilidad débil entre esos insumos imponiendo las siguientes restric-

3. Las derivadas de primer y segundo orden correspondientes a la función de producción empleada aquí son las siguientes: $f_t = (\partial Q / \partial X_t) (Q / X_t) = \alpha_t + \sum_j \beta_{tj} \ln X_j = QS_t / X_t$ y $f_{km} = (\partial^2 Q / \partial X_k \partial X_m) = (Q / X_k X_m) (\beta_{km} + (\alpha_k + \sum_j \beta_{kj} \ln X_j) (\alpha_m + \sum_j \beta_{mj} \ln X_j)) = (Q / X_k X_m) (\beta_{km} + S_k S_m)$.

ciones adicionales sobre el valor de los coeficientes a estimar: $-\beta_{tk} = \beta_{kk}$ y $-\beta_{tt} = \beta_{tk}$.

Por un procedimiento similar se demuestra que la separabilidad entre trabajo y materias primas respecto del capital (tm, k) y entre éste y las materias primas en relación al trabajo (km, t) requieren que $S_t \beta_{mk} - S_m \beta_{tk} = 0$ y $S_k \beta_{mt} - S_m \beta_{kt} = 0$, lo que implica que $\beta_{mt} = \beta_{kt} = 0$ y $\beta_{mk} = \beta_{tk} = 0$, y en función de los parámetros libres $\beta_{tk} = \beta_{tt} = 0$ y $\beta_{kk} = \beta_{tk} = 0$ respectivamente.

Es fácil comprobar, sin embargo, que estas tres restricciones lineales pueden satisfacerse si se cumplen sólo dos de ellas, lo que significa que $\beta_{kk} = \beta_{tt} = \beta_{tk} = 0$. Si se presenta esta situación se dice que existe "separabilidad completa", en cuyo caso todas las variables explicativas son separables y la función de producción colapsa en una Cobb Douglas (esto es evidente, ya que se anulan los términos cuadráticos) y todas sus elasticidades de sustitución son iguales a 1 (Aunque esta conclusión se deduce de la anterior, fue demostrada formalmente por Berndt y Christensen, 1973).

Finalmente, si las condiciones anteriores sólo se verifican en forma parcial, existe "separabilidad lineal", lo que da lugar a una función Cobb-Douglas de subagregados translogarítmicos y señala la presencia de elasticidades de sustitución parciales unitarias entre el insumo separable y los demás.

LOS DATOS EMPLEADOS

Los datos empleados en las estimaciones corresponden al año 1973, provienen del último Censo Nacional Económico disponible realizado el año siguiente y fueron agrupados a nivel de dos dígitos de la Clasificación Internacional Industrial Uniforme de todas las actividades económicas (CIIU). A partir de esa información se calculó producción, materias primas, trabajo y capital de todas las unidades productivas con 10 o más personas ocupadas.

La producción incluye todos los productos fabricados por el establecimiento durante el año, valuados a los precios de venta en el mismo. Las materias primas comprenden también materiales, partes y piezas utilizados en la producción, energía eléctrica, combustible y lubricantes, pagos a terceros por servicios industriales y otros egresos de menor importancia, tales como gastos de publicidad y propaganda, bancarios y jurídicos, franqueo y similares.

El trabajo está representado por tres categorías ocupacionales denominadas en el Censo "empleados y obreros" (t_1), "propietarios y so-

cios activos" (t_2) y "miembros de la familia del propietario" (t_4)⁴. Sin embargo, con el propósito de evitar los sesgos de agregación derivados de sumar trabajadores que desarrollan jornadas distintas y tienen diferente productividad, se confeccionó un indicador del empleo total (t) medido en unidades de "personal remunerado equivalente", ponderando las categorías ocupacionales con sus retribuciones relativas, del modo siguiente:

$$t = t_1 + t_2 (s_2/s_1) + t_3 (s_3/s_1) \quad (12)$$

en el que s_i ($i = 1, 2, 3$) representa la remuneración bruta media de cada una de ellas.

Finalmente, como el Censo no contiene datos sobre el stock de capital, debió emplearse como variable sustitutiva la potencia total de cada establecimiento, medida en "caballos de fuerza" correspondientes a motores eléctricos y no eléctricos instalados, acoplados a maquinarias o máquinas herramientas y aptos para ser utilizados⁵.

RESULTADO DE LAS ESTIMACIONES

Los parámetros del sistema restringido se estimaron empleando el método propuesto por Zellner para las ecuaciones aparentemente no relacionadas, debido a que las perturbaciones aleatorias asociadas a la maximización de la producción pueden afectar tanto a la productividad marginal del trabajo como a la del capital (Kmenta, 1977).

Sin embargo, para que sus resultados sean independientes de la ecuación omitida, es preciso aplicarlo en forma iterativa, en cuyo caso se obtienen estimaciones maximoverosímiles que son independientes de la proporción que se excluya (Humphrey y Moronev, 1975). Consecuentemente, el cálculo se hizo aplicando el método de máxima verosimilitud con información completa.

En el Cuadro 1 se presentan los resultados obtenidos para el modelo restringido y en el 2 las pruebas destinadas a verificar las hipótesis de simetría y las condiciones de separabilidad. En el primero de ellos se aprecia que en general los parámetros de la función de producción son

4. La primera comprende a todas las personas que trabajan en el establecimiento y perciben por ello un sueldo o jornal; la segunda incluye a los propietarios y socios que dirigen o participan en la dirección del establecimiento y aportan su trabajo personal por lo menos una tercera parte de la jornada normal y la última abarca a los familiares de los propietarios que trabajan en la unidad productiva un tiempo mínimo similar al anterior y no perciben remuneración fija.

5. La información censal fue también revisada con el objeto de excluir los establecimientos con datos defectuosos (valor de la producción negativo, por ejemplo), obteniéndose finalmente 2.659, 2.327, 1.039, 845, 1.364, 736, 517, 4.254 y 181 observaciones en cada una de las ramas de actividad consideradas.

estadísticamente significativos para niveles usuales de confianza.

La condición de "simetría" se contrastó empleando el test de la razón de verosimilitudes, teniendo en cuenta que $-2 \ln \Gamma$ se distribuye asintóticamente como Chi cuadrado con tantos grados de libertad como restricciones se impongan. El primer logaritmo de la función de verosimilitud corresponde al sistema formado por las ecuaciones S_t y S_k y el segundo al que incorpora la condición $\beta_{tk} = \beta_{kt}$. Los resultados que se presentan en la primera columna del Cuadro 2 muestran que en todos los sectores de actividad, con excepción de "Sustancias y productos químicos", el Chi estimado es inferior a su valor crítico, no pudiendo en consecuencia descartarse la hipótesis de simetría.

CUADRO 1

Parámetros de la función de producción translogarítmica

Sector	α_t	α_k	β_{tt}	β_{kk}	β_{tk}
31. Alimentos, bebidas y tabaco	- 0,0506 (- 8,75)	0,1584 (31,1)	0,0977 (67,7)	0,0102 (4,48)	0,0108 (7,86)
32. Textiles, prendas de vestir e industria del cuero	- 0,1580 (- 31,6)	0,1342 (27,6)	0,1011 (65,2)	0,0035 (1,49)	0,0128 (7,87)
33. Madera y productos de la madera, incluído muebles	- 0,1830 (- 2,72)	0,2036 (2,88)	0,1178 (5,82)	0,0310 (1,45)	- 0,0081 (- 0,38)
34. Papel y productos de papel, imprentas y editoriales	- 0,1259 (- 11,4)	0,1486 (15,0)	0,1163 (37,8)	0,0072 (1,48)	0,0112 (3,55)
35. Sustancias y productos químicos	- 0,1150 (- 11,9)	0,2420 (28,1)	0,1058 (47,7)	0,0147 (3,85)	- 0,0017 (- 0,88)
36. Minerales no metálicos	0,0536 (2,05)	0,2380 (7,77)	0,1267 (11,3)	0,0191 (1,14)	- 0,0031 (- 0,22)
37. Industrias metálicas básicas	- 0,1433 (- 6,31)	0,2000 (8,10)	0,0990 (20,2)	0,0243 (2,98)	0,0032 (0,57)
38. Productos metálicos, maquinaria y equipo	- 0,1884 (- 23,2)	0,1720 (21,6)	0,1243 (63,6)	0,0044 (1,47)	0,0062 (2,89)
39. Otras industrias manufactureras	0,0628 (3,05)	0,2150 (9,26)	0,1126 (18,1)	0,0064 (0,69)	0,0065 (0,98)

* Los valores entre paréntesis son los estadísticos t que corresponden a cada parámetro.

El paso siguiente consistió en verificar si el modelo satisface las condiciones de "monotonicidad", que implican productividades marginales positivas, vale decir $\delta Q / \delta X_i > 0$. Teniendo en cuenta que tanto Q como X_i son siempre mayores que cero, resulta evidente que una forma alternativa de contrastar esa desigualdad es imponiendo la condición de que $S_i = \delta \ln Q / \delta \ln X_i = \{ \delta Q / \delta X_i \} \{ X_i / Q \} > 0$, lo que significa que las proporciones calculadas empleando los parámetros estimados deben ser

positivas. Como las S_i obtenidas de ese modo a partir del sistema de participaciones son mayores que cero para casi todas las observaciones, el modelo cumple esas condiciones.

La "convexidad" de la función de producción requiere que el Hessian formado con las derivadas segundas de la función translogarítmica y bordeado con las productividades marginales calculadas con los parámetros estimados del modelo, sea definido negativo. Para ello es preciso que los menores principales alternen de signo, comenzando por el positivo. Los resultados obtenidos empleando los promedios de las participaciones, también satisfacen esas condiciones.

Se realizó, finalmente, una secuencia de pruebas destinadas a contrastar las distintas hipótesis de "separabilidad de variables", que permiten analizar la estructura interna de la función de producción translogarítmica y evaluar su aptitud para ajustar los datos del proceso productivo considerado. En primer lugar se verificaron las condiciones necesarias para la existencia de separabilidad completa, empleando también el test de la razón de verosimilitudes para comparar el ajuste logrado por el sistema (8) con el que se obtiene imponiendo la condición $\beta_{kk} = \beta_{tt} = \beta_{tk} = 0$. Los resultados que se muestran en la segunda columna del Cuadro 2 conducen al rechazo de la hipótesis nula en todos los casos, pues los Chi estimados exceden con creces sus valores críticos. Esto significa, además, que la especificación Cobb-Douglas no constituye una representación plausible de la tecnología subyacente⁶.

En las tres últimas columnas del mismo cuadro, que presentan las pruebas destinadas a contrastar la existencia de separabilidad lineal entre cada par de insumos, se demuestra también que la función de producción tampoco es una Cobb-Douglas de subagregados translogarítmicos, pues se rechaza la hipótesis de separabilidad entre capital y trabajo con respecto a las materias primas, entre éstas y el trabajo en relación al capital y entre éste y las materias primas con respecto al trabajo.

Las anteriores evidencias señalan la presencia de funciones de producción bien comportadas, pues satisfacen las condiciones de simetría, monotonicidad y convexidad, que también exhiben rendimientos constantes a escala y no son separables en insumos.

6. La importancia de esta prueba indujo a emplear una alternativa basada en el test t, que examina si los parámetros de la expresión (11) son significativamente distintos de cero, relacionándolos con el error standard calculado a partir de su variancia (Humphrey y Moroney, 1975). Los resultados obtenidos confirman los de la prueba anterior para todas las ramas de actividad, ya que los estadísticos estimados son -34,6, -39,6, -11,4, -16,6, -23,8, -10,5, -9,72, -38,3 y -9,81 respectivamente.

CUADRO 2

Contrastación de hipótesis sobre simetría, efectos de escala
y separabilidad de variables

Sector	Simetría y efectos de escala	SEPARABILIDAD			
		Completa	LINEAL		
			(tk,m)	(tm,k)	(km,t)
31. Alimentos, bebidas y tabaco.	0,750	3.865,0	1.395,1	124,0	3.111,9
32. Textiles, prendas de vestir e industria del cuero.	0,257	4.261,7	1.890,3	49,3	3.921,4
33. Madera y productos de la madera, incluido muebles.	0,339	960,1	170,3	40,0	552,7
34. Papel y productos de papel, imprentas y editoriales.	1,02	1.368,3	652,1	50,5	1.307,8
35. Sustancias y productos químicos.	18,2	1.436,5	675,3	17,5	1.310,1
36. Minerales no metálicos.	8,19	896,4	346,3	16,5	753,1
37. Industrias metálicas básicas.	9,55	891,3	219,8	36,5	753,9
38. Productos metálicos, maquinaria y equipo.	2,14	5.685,0	2.103,8	58,3	4.883,2
39. Otras industrias manufactureras.	5,01	246,4	129,5	6,78	235,1
Grados de libertad.	1	3	2	2	2
Valor crítico.	10,8	13,8	16,3	16,3	16,3

* El nivel de significación de chi cuadrado es de 0,1%.

ANÁLISIS ECONÓMICO DE LA TECNOLOGÍA

Empleando los resultados proporcionados por esas estimaciones es posible analizar las características más importantes de la tecnología de los procesos productivos considerados, entre las que se destacan los efectos de escala, la sustitución de insumos y la elasticidad de las demandas de los factores de la producción.

1. Efectos de escala.

La presencia de rendimientos a escala, que muestran la proporción en que cambia la producción debido a variaciones porcentuales en el nivel de empleo de los insumos, se mide aquí en forma indirecta contras-

tando la hipótesis nula que supone que la función de producción translogarítmica es linealmente homogénea.

Teniendo en cuenta, sin embargo, que las restricciones de suma 1 y simetría impuestas en forma conjunta implican rendimientos constantes a escala, los resultados de esta prueba son los mismos que se obtuvieron al verificar aquellos supuestos. Por consiguiente, los valores correspondientes al test de la razón de verosimilitudes que se muestran en la primera columna del Cuadro 2 también sugieren el rechazo de la hipótesis nula que postula la presencia de rendimientos constantes a escala sólo en la fabricación de Sustancias y productos químicos. Esto significa que prácticamente en todos los sectores productivos la concentración económica, generalmente asociada a mayores niveles de actividad, no introduciría mejoras apreciables en las relaciones de producción.

2. Sustitución de insumos.

La elasticidad de sustitución es una expresión cuantitativa que muestra la facilidad con que dos insumos (trabajo y capital, por ejemplo) pueden reemplazarse entre sí. Si es alta, la tasa marginal de sustitución técnica no varía mucho en relación a los cambios en la proporción en que se combinan los recursos, la isocuanta es plana y la sustitución bastante fácil. Lo contrario ocurre cuando es baja⁷.

Allen (1956) definió la elasticidad de sustitución parcial entre los factores i y j como el efecto provocado por un cambio en el precio del j -ésimo insumo sobre la cantidad demandada del i -ésimo factor, cuando la producción se mantiene fija pero la cantidad de los demás recursos productivos varía, y propuso ésta fórmula para su medición:

$$\sigma_{ij} = \sum_h f_h X_h [D_{ij}] / X_i X_j [D] \quad (13)$$

donde $[D]$ es el determinante Hessiano formado por las derivadas parciales de segundo orden de la función de producción translogarítmica y bordeado con las productividades marginales, $[D_{ij}]$ el adjunto correspondiente al elemento de la i -ésima fila y j -ésima columna y f_h la derivada de la función de producción con respecto al h -ésimo insumo. El supuesto de homogeneidad lineal implica que $\sum_h f_h X_h = Q$ y transforma la expresión anterior en esta otra: $\sigma_{ij} = [G_{ij}] / [G]$, donde $[G]$ es el

7. La elasticidad de sustitución a lo largo de una isocuanta se define técnicamente como la variación porcentual en la combinación de insumos dividida por el porcentaje de cambio en su tasa marginal de sustitución técnica, vale decir $\sigma_{ij} = (d(k/t)/(k/t)) / (dTMST_{kt}/TMST_{kt})$. Sustituyendo por las condiciones de equilibrio en la producción (que implican $TMST_{kt} = P_t/P_k$) puede presentarse alternativamente así: $\sigma_{kt} = d(k/t)/(k/t) / d(P_t/P_k)/(P_t/P_k)$, expresión que permite conocer la respuesta de las unidades productivas a cambios en los precios relativos de los insumos.

determinante de la matriz bordeada con las participaciones de los factores en el valor de la producción, $g_{ij} = \beta_{ij} + S_i S_j$, el ij -ésimo elemento y $g_{ii} = \beta_{ii} + S_i (S_i - 1)$ el i -ésimo, perteneciente a la diagonal principal (Berndt y Christensen, 1973).

Los resultados que se presentan en el Cuadro 3 señalan la presencia de una fuerte sustituibilidad entre el trabajo y las materias primas en todas las ramas de actividad, una competitividad menor entre productos intermedios y trabajo y posibilidades de sustitución bastante limitadas entre este último y el capital.

CUADRO 3

Elasticidades de Sustitución Parcial de Allen*

Sector	σ_{tk}	σ_{tm}	σ_{km}	σ_{tt}	σ_{kk}	σ_{mm}
31. Alimentos, bebidas y tabaco.	- 0,57	4,91	1,68	- 16,77	- 5,47	- 1,86
32. Textiles, prendas de vestir e industria del cuero.	0,08	3,95	1,59	- 10,04	- 5,08	- 2,07
33. Madera, productos de madera y muebles.	1,11	3,30	1,38	- 6,92	- 5,09	- 2,32
34. Papel, productos de papel, imprentas y editoriales.	0,20	4,47	1,74	- 8,89	- 5,10	- 2,92
35. Sustancias y productos químicos.	0,98	3,89	1,22	- 10,51	- 3,77	- 2,12
36. Minerales no metálicos.	0,96	4,06	1,41	- 5,80	- 3,89	- 4,00
37. Industrias metálicas básicas.	0,57	3,30	1,58	- 8,06	- 5,00	- 2,01
38. Productos metálicos, maquinaria y equipo.	0,57	4,83	1,48	- 9,94	- 4,84	- 2,99
39. Otras industrias manufactureras.	0,67	3,68	1,37	- 6,72	- 3,85	- 2,82

* Calculadas empleando los promedios de las participaciones de cada rama de actividad ($s_i = E(S_i)$ para $i = m, t, k$).

La sustituibilidad entre trabajo y materias primas es significativa en todos los sectores, fluctuando entre un mínimo de 1,47 en la producción de Papel y un máximo de 4,91 en la de Alimentos. Estas cifras estarían indicando que un aumento del 10% en el precio de las materias primas con respecto a los salarios $\{ d(P_m/P_t)/(P_m/P_t) \}$, por ejemplo, provocaría una expansión del empleo en todas las ramas de actividad, pues haría crecer la relación t/m entre el 49,1% en la producción de Alimentos, que es el sector más sensible a los cambios en los precios relati-

vos de estos insumos y el 14,7% en la de Papel, que es el de menor reacción, debido al aumento de la fuerza laboral inducido por el reemplazo de las materias primas, relativamente encarecidas⁸.

El hecho de que la mayoría de los sectores sea muy sensible a cambios en los precios relativos de los productos intermedios con respecto al trabajo y ajuste de manera sustancial su empleo, podría ser el reflejo de una estrategia de producción que libera mano de obra cuando baja el precio de las materias primas y consecuentemente el costo de oportunidad de mantener inventarios y que incorpora trabajadores con el propósito de reducir la duración del ciclo operativo cuando aumenta.

La competitividad entre el capital y los productos intermedios es menor que la anterior en todas las ramas de actividad, pues las elasticidades de sustitución muestran que un mismo cambio del 10% en los precios relativos provocaría una variación máxima en la proporción m/k del 17,4% en el sector Papel y una mínima del 12,2% en Sustancias y productos químicos. Esa moderada sustituibilidad indicaría también que una mayor oferta de materias primas podría aumentar la producción industrial, razón por la cual la escasez relativa de capital no parecería constituir un obstáculo significativo para el desarrollo⁹.

La sustitución que existe entre el trabajo y el capital merece un comentario aparte, pues la elasticidad es baja en la mayoría de las ramas de actividad y casi nula en otras, en las que estaría señalando la presencia de relaciones de producción de tipo Leontieff (Textiles, Papel y Alimentos, aunque en esta última los resultados muestran una ligera complementariedad).

Esta evidencia es importante, pues insinúa que en estos sectores la contención en el proceso de acumulación impondría severas limitaciones al crecimiento del empleo y su caída induciría al sector a reducirlo. En las ramas de actividad en las que existe una mayor competitividad (Madera, Sustancias y productos químicos y Minerales), los niveles comprobados sólo garantizan que los cambios en los precios relativos de los recursos provocarían modificaciones similares, aunque de sentido contrario, en la proporción en que se combinan¹⁰.

8. Este resultado podría derivar de restricciones sobre la oferta del recurso que afecten su precio, tales como impuestos a la producción, aranceles sobre la importación de insumos y similares.

9. Las elasticidades de sustitución permiten también evaluar el impacto de instrumentos de política tributaria frecuentemente empleados para estimular la inversión sectorial, tales como amortizaciones aceleradas, desgravaciones por nuevas inversiones y créditos fiscales por compras de bienes de capital. Si esas medidas provocaran una caída de un tercio en el costo del capital, elevarían en un 50% el precio relativo del trabajo y por consiguiente la relación k/t aumentaría entre el 55,5% en la producción de Madera, que es sector más sensible y el 4% en Textiles, que es el de menor respuesta, por ejemplo.

10. La elasticidad de sustitución puede emplearse también para analizar los cambios en la distribución funcional del ingreso. Sato y Koizumi (1973) demostraron que la modificación en la participación de un insumo en el valor de la producción provocada por cambios en el precio

3. Elasticidades de demanda de insumos.

La elasticidad precio de la demanda de un factor de la producción mide la sensibilidad con que reaccionan las unidades productivas frente a cambios en los precios de los insumos y es una forma alternativa de explorar las posibilidades de sustitución que imponen la tecnología y los procesos de optimización. Su cálculo se hace a partir de las elasticidades de sustitución del modo siguiente (Berndt y Wood, 1975):

$$E_{ij} = \sigma_{ij} s_j \quad i, j = m, t, k \quad (14)$$

donde E_{ij} representa la elasticidad de la demanda del i -ésimo factor con respecto a cambios en el precio del j -ésimo.

Los resultados que se presentan en el Cuadro 4 muestran que la demanda de trabajo es bastante elástica (fluctúa entre un máximo de $-3,05$ en la producción de Alimentos y un mínimo de $-1,94$ en la de Madera), la de materias primas es algo más rígida (varía entre $-1,70$ en el caso de los Minerales y $-1,12$ en el de las Industrias metálicas) y la de capital no difiere significativamente de uno (en realidad oscila entre $-1,03$ en la producción de Madera y $-0,86$ en Otras industrias manufactureras). Además son negativas, lo que insinúa el carácter "normal" de los recursos productivos considerados.

La elevada elasticidad de la demanda de trabajo indicaría, por ejemplo, que los ajustes en la oferta laboral pueden tener un fuerte impacto sobre el nivel de remuneraciones. Esta es una comprobación importante, pues predice que toda contracción del empleo estaría acompañada por una disminución en los ingresos de los asalariados y viceversa. La demanda de materias primas también es elástica, pero muestra una menor respuesta a los ajustes en sus precios y la de capital en general tiene una elasticidad unitaria, insinuando que los cambios en su rentabilidad están asociados a modificaciones de sentido contrario en su empleo, que mantienen relativamente constantes sus ingresos totales.

La elasticidad cruzada de la demanda de trabajo con respecto al precio de las materias primas muestra una fuerte sustituibilidad en todos los sectores alcanzando su valor máximo en Alimentos y el mínimo en Madera, confirmando los resultados anteriores. La reacción de la de-

.../...

de otro, tendrá el mismo signo que la elasticidad de sustitución entre ellos. Formalmente, $\delta S_i / \delta P_j$ será mayor, igual o menor que 1 en tanto lo sea σ_{ij} para todo $i \neq j$. Si los mercados se aproximaran a formas competitivas, la elasticidad de sustitución del capital por el trabajo muestra que los aumentos salariales incrementarían la participación relativa del trabajo en la distribución funcional del ingreso en las Industrias metálicas básicas, en la fabricación de Productos metálicos y en Otras industrias manufactureras, la reducirían en la producción de Madera y no provocarían alteraciones apreciables en Sustancias y productos químicos y Minerales, por ejemplo.

manda de capital ante variaciones en el precio de los productos intermedios es menor, en cambio, pues en varias ramas de actividad la elasticidad está próxima a la unidad, aunque en Madera, Sustancias y productos químicos, Minerales y Otras industrias manufactureras se aprecia una mayor rigidez. Finalmente, la elasticidad de la demanda de trabajo con respecto al precio del capital muestra una baja respuesta en todos los sectores, siendo virtualmente nula en Textiles y Papel y mostrando una ligera complementariedad en la producción de Alimentos.

CUADRO 4

Elasticidades de la demanda de factores de la producción*

Sector	E_t	E_k	E_m	E_{tk}	E_{tm}	E_{km}
31. Alimentos, bebidas y tabaco.	- 3,05	- 0,97	- 1,19	- 0,10	3,15	1,08
32. Textiles, prendas de vestir e industria del cuero.	- 2,32	- 0,94	- 1,21	0,01	2,30	0,93
33. Madera, productos de la madera y muebles.	- 1,94	- 1,03	- 1,20	0,23	1,71	0,72
34. Papel, productos de papel, imprentas y editoriales.	- 2,43	- 0,98	- 1,56	0,04	2,39	0,93
35. Sustancias y productos químicos.	- 2,34	- 0,88	- 1,15	0,23	2,11	0,67
36. Minerales no metálicos.	- 1,95	- 0,92	- 1,70	0,23	1,73	0,60
37. Industrias metálicas básicas.	- 2,00	- 1,02	- 1,12	0,12	1,83	0,88
38. Productos metálicos, maquinaria y equipos.	- 2,69	- 0,95	- 1,60	0,11	2,59	0,79
39. Otras industrias manufactureras.	- 1,94	- 0,86	- 1,37	0,15	1,79	0,67

* Calculadas empleando los promedios de las participaciones de cada rama de actividad ($s_i = E(S_i)$ para $i = m, t, k$).

CONCLUSIONES

El análisis económico de las relaciones de producción en el sector manufacturero Argentino permite sacar varias conclusiones importantes. Las condiciones de simetría, monotonicidad y convexidad que se cumplen con generalidad, señalan la presencia de funciones de producción bien comportadas que exhiben las propiedades cualitativas que caracterizan a las relaciones de producción convencionales. El análisis de

su estructura interna muestra también que las variables no son separables, sugiriendo que la especificación translogarítmica es una representación plausible de la tecnología subyacente (y rechazando por consiguiente la Cobb-Douglas). La presencia de rendimientos constantes a escala indica también que la concentración económica, generalmente asociada a mayores niveles de capacidad, no introduciría mejoras apreciables en las relaciones de producción examinadas.

Las elasticidades de sustitución, por su parte, muestran la presencia de una fuerte sustituibilidad entre el trabajo y las materias primas, una competitividad menor entre productos intermedios y capital y posibilidades de sustitución bastante limitadas entre este último y el trabajo. El primer resultado podría estar insinuando un mecanismo de ajuste que libera mano de obra cuando baja el precio de los productos intermedios y consecuentemente el costo de oportunidad de mantener inventarios y que incorpora trabajadores con el propósito de reducir la duración del ciclo operativo cuando aumenta. La competitividad entre el capital y los productos intermedios indicaría, a su vez, que una mayor oferta de materias primas podría aumentar la producción industrial, razón por la cual la escasez relativa de capital no constituiría un obstáculo significativo para el desarrollo. Las limitadas posibilidades de sustitución entre trabajo y capital insinuarían, en cambio, que la contención en la inversión podría limitar severamente el crecimiento del empleo y su caída induciría al sector a contraerlo.

El análisis de las elasticidades de la demanda de insumos con respecto a cambios en sus precios muestra, finalmente, que la demanda de trabajo es muy sensible a modificaciones en los costos laborales, insinuando que los ajustes en la oferta pueden tener un fuerte impacto sobre el nivel de remuneraciones: la de materias primas, aunque elástica, es algo más rígida y la del capital no difiere significativamente de uno. Las elasticidades cruzadas señalan a su vez que las materias primas y el trabajo son sustitutos próximos e indican por consiguiente que un cambio en el precio de cualquiera de ellos modifica la demanda del otro en forma apreciable: la reacción es por lo general menor al examinar la relación entre materias primas y capital debido a que las elasticidades, aunque positivas, son moderadas y la respuesta es prácticamente nula entre éste último y el trabajo, pues los valores estimados son apreciablemente bajos.

BIBLIOGRAFÍA

- ALLEN, R.G.D. (1956): "Análisis matemático para economistas". Aguilar, Madrid.
- BERNDT, E.R. y WOOD, D.O. (1975): "Technology, prices and the derived demand for energy", *Review of Economics and Statistics*, vol. LVIII, nro. 3, págs. 259-268.
- BERNDT, E.R. y CHRISTENSEN, L.R. (1973): "The translog function and the substitution of equipment, structures and labor in US manufacturing 1929-1968", *Journal of Econometrics*, vol. 1, págs. 81-114.
- BERNDT, E.R. y CHRISTENSEN, L.R. (1973): "The internal structure of functional relationships: Separability, substitution and aggregation", *Review of Economics and Statistics*, vol. XL, nro. 3, págs. 403-410.
- BERNDT, E.R. y CHRISTENSEN, L.R. (1974): "Testing for the existence of a consistent aggregate index of labor inputs", *American Economic Review*, vol. 64, págs. 391-404.
- BURGESS, D. (1975): "Duality theory and pitfalls in the specification of technologies", *Journal of Econometrics*, vol. 3, págs. 105-121.
- CORBO, V. y MELLER, P. (1979): "The translog production function", *Journal of Econometrics*, vol. 10, págs. 193-199.
- CHRISTENSEN, L.R. y GREENE, W.H. (1976): "Economies of scale in US electric power generation", *Journal of Political Economy*, vol. 84, nro. 4, págs. 655-676.
- CHRISTENSEN, L.R. y JORGENSON, D.W. y LAU, L. (1975): "Transcendental logarithmic production frontiers", *Review of Economics and Statistics*, vol. LV, nro. 1, págs. 28-45.
- DENNY, M. y FUSS, M. (1977): "The use of approximation analysis to test for separability and the existence of consistent aggregates", *American Economic Review*, vol. 67, nro. 3, págs. 404-418.
- DIEWERT, W.E. (1971): "An application of the Shepard duality theorem: A Generalized Leontief Production Function", *Journal of Political Economy*, vol. 79, págs. 481-507.
- DIEWERT, W.E. (1974): "Applications of duality theory" en *Frontiers of Quantitative Economics*, vol. II, editado por M.D. Intriligator y D.A. Kendrick, North Holland, New York.
- FUSS, M. (1977): "The demand for energy in Canadian manufacturing", *Journal of Econometrics*, vol. 5, págs. 89-116.
- HENDERSON, J.M. y QUANDT, R.E. (1980): "Microeconomic theory", Mc. Graw Hill, Nueva York.
- HUMPHREY, D.B. y MORONEY, J.R. (1975): "Substitution among capital, labour and natural resource products in american manufacturing", *Journal of Political Economy*, vol. 83, nro. 1, págs. 57-82.
- KMENTA, J. (1977): "Elementos de Econometría", Vicens-Vives, Barcelona.
- LAU, L. (1970): "Duality and the structure of utility functions", *Journal of Economic Theory*, vol. 1, págs. 374-396.

- LAUMAS, P. y WILLIAMS, M. (1981): "The elasticity of substitution in India's manufacturing sector", *Journal of Development Economics*, vol. 8, págs. 325-337.
- MORONEY, J.H. y TOEVS, A.L. (1977): "Factor cost and factor use: an analysis of labor, capital and natural resource inputs", *Southern Economic Journal*, vol. 44, nro. 2, págs. 222-239.
- MUKERJI, V. (1963): "A generalized SMAC function with constant ratios of elasticity of substitution", *Review of Economic Studies*, vol. XXX, págs. 233-236.
- SATO, K. y JOIZUMI, T. (1973): "The production function and the theory of distributive shares", *American Economic Review*, vol. 63, nro. 3, págs. 483-489.
- VARIAN, H. (1980): "Análisis microeconómico", Bosch, Barcelona.